

game istantaneo tra flusso φ e forza magnetomotrice necessaria per farlo circolare nel nucleo di materiale ferromagnetico è quello stabilito dal ciclo di isteresi del materiale. Poiché il flusso ha andamento sinusoidale nel tempo, la forza magnetomotrice risulta sicuramente non sinusoidale, in quanto distorta dal ciclo stesso. Si veda a questo proposito fig. 7.1 in cui viene mostrata la costruzione grafica che occorrerebbe fare per ottenere la forza magnetomotrice dal flusso una volta che fosse noto il ciclo di isteresi del nucleo. E' opportuno notare che se si effettuasse la costruzione di fig. 7.1, si sarebbe in grado di ottenere i componenti R ed L dello schema della parte (c) di fig. 6.4, semplicemente facendo il rapporto tra il fasore dell'armonica fondamentale della forza magnetomotrice ed il fasore del flusso. Tale rapporto infatti sarebbe uguale a

$$R + j\omega L \quad (7.4)$$

In conclusione la possibilità di usare il metodo dei fasori ed il circuito equivalente per l'analisi in regime permanente del trasformatore di potenza è strettamente legata alle caratteristiche d'impiego, per effetto delle quali si può supporre indipendente dal carico e sinusoidale l'andamento nel tempo del flusso.

Osservazione 7.1

La forza magnetomotrice che fa circolare φ ha un andamento nel tempo non sinusoidale. Per trasformatori di potenza tipici la sua armonica fondamentale di ampiezza maggiore dopo la fondamentale è la terza, che può raggiungere valori fino al 40% della fondamentale. Tuttavia, eccetto che in problemi molto particolari, è del tutto lecito trascurare queste armoniche superiori alla prima. Infatti, in condizioni usuali di funzionamento, quando le correnti hanno i valori nominali, risulta

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = N_1 i_m \quad (7.5)$$

in cui $N_1 i_m$ indica la suddetta forza magnetomotrice. D'altra ^{parte}

7.2 Derivazione sperimentale del circuito equivalente del trasformatore: prove a vuoto ed in corto-circuito

Il circuito equivalente del trasformatore viene comunemente usato nella sua forma riportata al primario (fig.6.8) ed introducendo un'ulteriore semplificazione, che consiste nel sostituire allo schema di fig.6.8 quello di fig.7.2, in cui i rami serie dello schema di fig.6.8 sono posti uno di seguito all'altro ed associati insieme per tipo. Tale modifica è accettabile alla luce delle considerazioni fatte nel paragrafo precedente sul valore molto basso della caduta di tensione che si ha in corrispondenza a questi rami rispetto alla tensione nominale del primario e del secondario.

La derivazione per via sperimentale dei parametri R_0, R, L_0, L del circuito di fig.7.2 viene effettuata nell'ambito di due situazioni tipiche semplici, che vanno però controllate circa la loro validità sulla base delle osservazioni fatte nel paragrafo precedente riguardo alla presenza dell'isteresi.

La prima situazione è quella in cui il secondario è aperto; la relativa serie di misure viene denominata, usualmente come "prova a vuoto del trasformatore". In base alle considerazioni sulla validità del circuito equivalente, fatte nel paragrafo precedente, è sufficiente controllare in questo caso che la tensione applicata sia sinusoidale ed abbia l'ampiezza e la frequenza nominali, in modo che il flusso d'induzione abbia il valore costante che caratterizza il funzionamento del trasformatore. La corrente che scorre nel primario è quella necessaria a provocare la forza magnetomotrice associata al flusso φ ; per questa ragione essa viene chiamata "corrente di magnetizzazione". Si tratta di una corrente molto piccola se confrontata con quella nominale. Per questa ragione la caduta di tensione che essa provoca fluendo sul ramo serie è del tutto trascurabile rispetto alla tensione nominale. Quindi nella situazione di secondario aperto e primario alimentato con tensione e frequenza nominali, il primario vede un'impedenza costituita dal parallelo di L ed R . Il valore di R può essere allora determinato misurando la potenza attiva P_{av} assorbita in queste condizioni dal primario, cioè

$$R = \frac{1}{2} \frac{|V_{in}|^2}{P_{av}} \quad (7.6)$$

e l'induttanza misurando anche l'ampiezza della corrente di magnetizzazione I_{10}

$$R_o = \frac{2 P_{ac}}{|\underline{I}_{1n}|^2} \quad (7.8)$$

ed L_o con

$$\cos \theta = \frac{2 P_{ac}}{|\underline{V}_{1c}| |\underline{I}_{1n}|} ; L_o = \frac{1}{\omega} \frac{|\underline{V}_{1c}|}{|\underline{I}_{1n}|} \sin \theta \quad (7.9)$$

7.3 Applicazione del metodo grafico dei fasori all'analisi del trasformatore: diagramma vettoriale tipico

Facciamo riferimento allo schema di fig. 6.4 che si riferisce al circuito equivalente del trasformatore ottenuto riportando i componenti e le grandezze elettriche al primario. Per tale schema, che è quello più usato in pratica, è molto semplice individuare il diagramma vettoriale dei fasori delle varie grandezze elettriche presenti, se lo si riferisce al flusso principale, il cui fasore indichiamo con $\underline{\Phi}$, e si supponga nota la corrente di carico. Infatti, noto $\underline{\Phi}$, conosciamo la corrente di magnetizzazione \underline{I}_{10} , e quindi siamo in grado di ricavare la corrente \underline{I}_1 tramite la (7.5). E' immediato quindi determinare la tensione del primario \underline{V}_1 e la tensione \underline{V}_2' del secondario riportata al primario a partire da

$$\underline{E}_1 = j\omega \underline{\Phi}$$

Quanto detto giustifica il diagramma di fig. 7.3.

Il metodo grafico dei fasori è particolarmente indicato per la soluzione del problema dell'individuazione della variazione della tensione di carico al variare di questo. Di seguito riportiamo un esempio in tal senso.

Esempio 7.1

Determinare per via grafica la tensione sul carico di un trasformatore di distribuzione avente le seguenti caratteristiche:

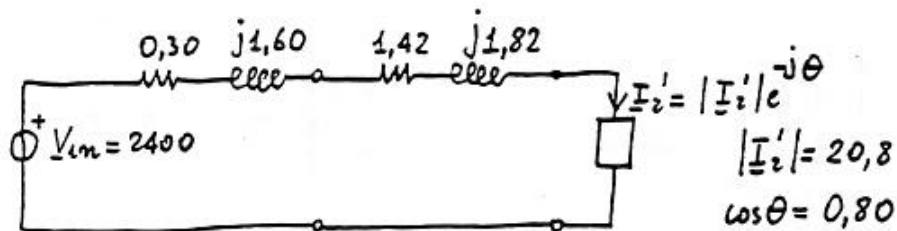


Fig.7.4 Schema approssimato utilizzato per il calcolo della tensione di uscita nell'esempio 7.1.

in ampiezza e fase rispetto a \underline{V}_2' , che è invece incognito. Perciò iniziamo la costruzione del diagramma fissando arbitrariamente il verso di \underline{V}_2' ; in questo modo siamo in grado di riportare esattamente \underline{I}_2' . Noto \underline{I}_2' , possiamo ricavare la caduta di tensione sul ramo serie, cioè

$$(\underline{R}_s + j \underline{X}_s) \underline{I}_2'$$

in cui

$$\underline{R}_s = 0,30 + 1,42 = 1,72 \text{ ohm}$$

$$\underline{X}_s = 1,60 + 1,82 = 3,42 \text{ ohm}$$

Il diagramma delle tensioni si presenta quindi come mostrato in fig.7.5, in cui \underline{V}_2' è di ampiezza incognita. Precisamente da esso si ha

$$\overline{OB} = \sqrt{\overline{OC}^2 - \overline{BC}^2}$$

$$|\underline{V}_2'| = \overline{OB} - \overline{AB}$$

in cui

$$\overline{BC} = \overline{DC} \cos\theta - \overline{AD} \sin\theta = 35,5 \text{ V}$$

$$\overline{AB} = \overline{DC} \sin\theta + \overline{AD} \cos\theta = 71,4 \text{ V}$$

Quindi risulta

$$\overline{OB} \cong \overline{OC} = |\underline{V}_{1n}| = 2400 \text{ V}$$

$$(\underline{V}_2 + 71,30)^2 + 35,44^2 = 2400^2$$

$$\underline{V}_2 = 2328 \text{ V}$$

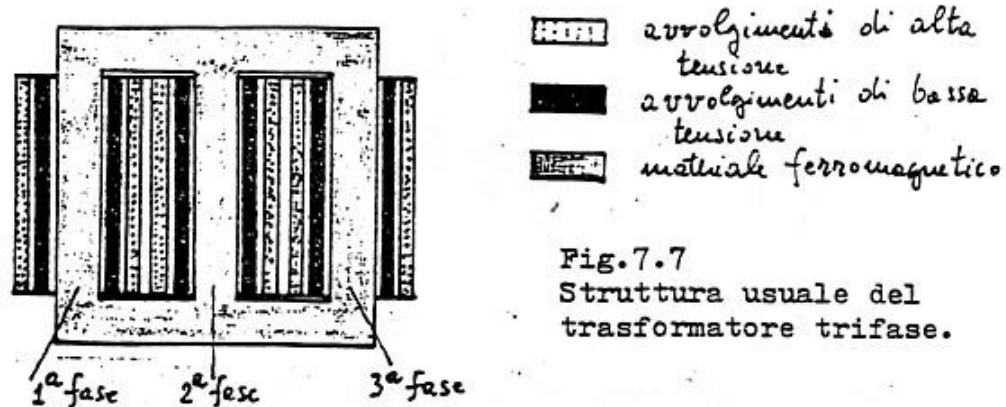


Fig.7.7
Struttura usuale del trasformatore trifase.

Questa struttura però è notevolmente costosa, per cui si ricorre in pratica ad una più semplice, costituita da tre nuclei con gli assi disposti in un piano, in modo che i due gioghi di connessione superiore ed inferiore delle tre colonne risultino costituiti da pacchi lamellari ad asse rettilineo invece che circolare (fig.7.7). In effetti con questa disposizione si perde la simmetria della struttura, in quanto il flusso che percorre la colonna centrale incontra una riluttanza inferiore di quella incontrata dai flussi che percorrono le colonne esterne. Lo squilibrio che deriva da questo fatto, tuttavia, è assai modesto, per cui possiamo continuare a considerare la struttura magnetica equilibrata.

L'analisi del trasformatore trifase nel caso in cui le grandezze elettriche formino sistemi trifase simmetrici e la struttura sia equilibrata sia per quanto riguarda gli avvolgimenti che la struttura magnetica, è riconducibile a quella del trasformatore monofase visto nei par. 6,7.1,7.2,7.3, utilizzando i parametri costruttivi relativi ad una qualsiasi delle tre fasi. Giustificiamo di seguito questa affermazione, con riferimento ad una situazione particolare di connessione degli avvolgimenti primari e secondari (connessione a stella).

Lo schema di principio del trasformatore trifase considerato è mostrato in fig.7.8, in cui sono messe in evidenza le grandezze elettriche e magnetiche usate per l'analisi. Per ipotesi tutte le grandezze elettriche e magnetiche formano sistemi trifase simmetrici e la struttura è equilibrata rispetto alle fasi (parametri elettrici e magnetici uguali per le

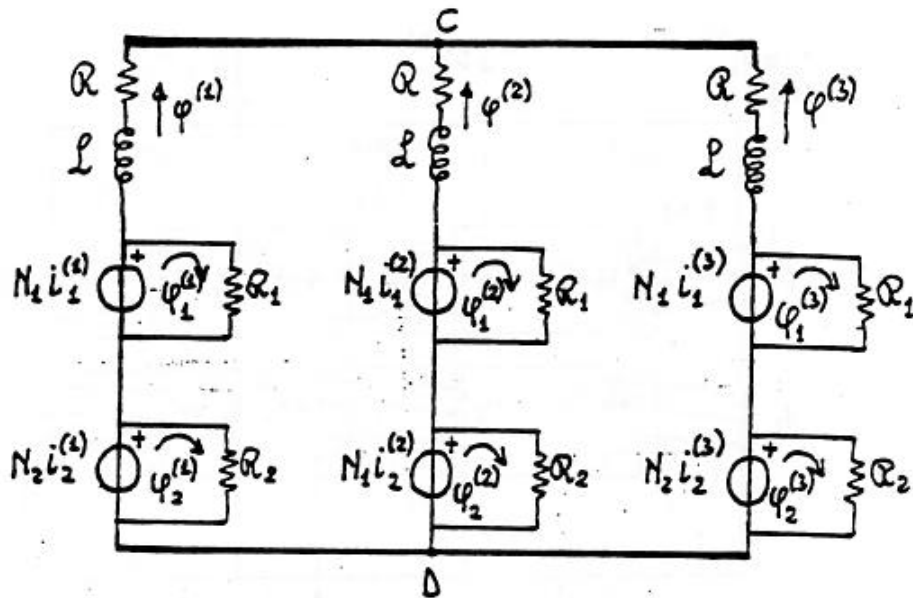


Fig.7.9 Circuito magnetico del trasformatore trifase equilibrato.

in cui l'apice k si riferisce alla fase ($k=1,2,3$).
Le equazioni di equilibrio delle tensioni degli avvolgimenti sono direttamente deducibili per ispezione visiva, cioè

$$\begin{aligned} \underline{V}_1^{(k)} &= R_1 \underline{I}_1^{(k)} + j\omega N_1 (\underline{\Phi}^{(k)} + \underline{\Phi}_1^{(k)}) \\ \underline{V}_2^{(k)} &= R_2 \underline{I}_2^{(k)} + j\omega N_2 (\underline{\Phi}^{(k)} + \underline{\Phi}_2^{(k)}) \end{aligned} \quad (7.11)$$

in cui l'apice k si riferisce alla fase ($k=1,2,3$).

Le (7.10) e (7.11) fanno vedere che per ognuna delle tre fasi del trasformatore trifase possiamo scrivere le stesse equazioni che abbiamo usato nel caso del trasformatore monofase per ricavarne il circuito equivalente. Ciò implica la giustificazione dell'affermazione fatta in precedenza, che comporta la seguente procedura di analisi.

"Un trasformatore trifase simmetrico ed equilibrato può essere analizzato considerando il trasformatore monofase ottenuto mediante i parametri elettrici e magnetici di una del

L'analisi del circuito di fig.8.1 in un ampio spettro di frequenze, come viene richiesto nella presente applicazione, viene condotta in modo semplificato sulla base delle seguenti osservazioni. Gli induttori presenti nel circuito di fig.8.1 costituiscono dei componenti indesiderati e quindi usualmente hanno un valore tale che il loro effetto è trascurabile in corrispondenza alle frequenze che più interessano nella banda di funzionamento. Ciò implica che si può parlare di una banda intermedia di frequenze in cui lo schema di fig.8.1 può essere sostituito con quello di fig.8.2, in cui sono presenti solo resistori. Si deduce da questo schema che nella banda intermedia di frequenze il rapporto cercato vale:

$$\left| \frac{V_u'}{V_g} \right| = \frac{R_c'}{R_c' + R_1 + R_2 + R_3} = T_m \quad (8.1)$$

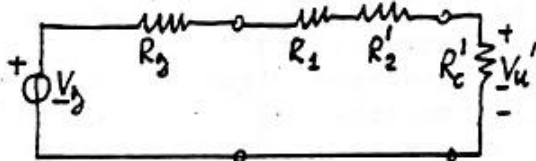


Fig.8.2
Schema semplificato nella banda intermedia di frequenze.

Quando la frequenza assume un valore al di fuori della banda intermedia, gli induttori non sono più trascurabili. Però si può osservare che per frequenze basse rimane valida l'omissione degli induttori longitudinali, mentre non è più accettabile quella di L. Quindi lo schema di fig.8.1 diviene quello mostrato in fig.8.3.

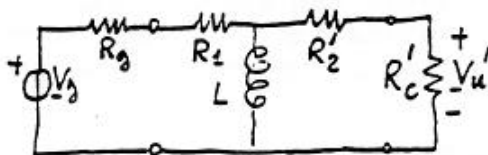


Fig.8.3
Schema semplificato in bassa frequenza.

Per le frequenze alte si ha una situazione opposta, per cui lo schema diviene quello di fig.8.4.

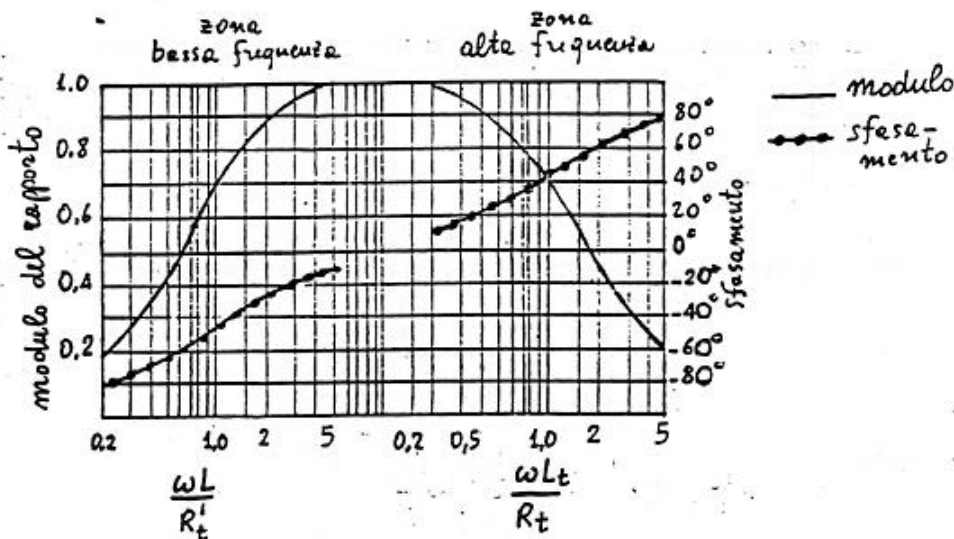


Fig.8.5 Andamento tipico del modulo del rapporto di trasferimento in tensione normalizzato e dello sfasamento della tensione di uscita rispetto a quella del generatore in un trasformatore telefonico.

9. Elementi ideali derivati dal trasformatore

L'esame di una struttura reale e la conoscenza degli obiettivi che si vogliono raggiungere rende semplice l'individuazione di quali fenomeni nell'ambito della struttura sono fondamentali al suo funzionamento e quali invece sono accessori. L'entità dei fenomeni accessori può essere controllata e ridotta agendo sulla struttura stessa in fase di progettazione; tuttavia non si può andare oltre certi limiti di riduzione sia per cause economiche sia per ragioni fisiche connesse con i fenomeni stessi. Da un punto di vista teorico, d'altra parte, il processo di riduzione può essere spinto oltre i limiti della fisica realizzabilità, giungendo in questo modo ad elementi ideali, che racchiudono in sé le caratteristiche principali volute nella struttura reale, senza però averne gli inconvenienti dovuti ai fenomeni parassiti.

Il processo di idealizzazione rende sempre critico l'e-

$$L_1 \geq 0 \quad L_2 \geq 0 \quad L_1 L_2 \geq M^2 \quad (9.3)$$

Inoltre, è evidente che M può essere negativo, in quanto nella struttura reale il segno dell'interazione tra i due avvolgimenti dipende dai versi positivi scelti per le correnti e dal modo in cui essi sono avvolti sul nucleo.

Il secondo livello di idealizzazione riguarda la presenza dei flussi dispersi ed il modo in cui si genera il flusso principale. E' evidente che il fenomeno voluto nel dispositivo è il flusso principale che si concatena con ambedue gli avvolgimenti. Il fatto che contemporaneamente alcune linee di forza dell'induzione si concatenino solo con alcune spire è un fenomeno accessorio. Nel processo di idealizzazione, perciò, si elimina tale fenomeno supponendo che le riluttanze \mathcal{R}_1 ed

\mathcal{R}_2 dei due rami del circuito magnetico percorsi da questi flussi tendano ad infinito. In queste condizioni le (6.2) divengono

$$\begin{aligned} V_1(s) &= s N_1 \Phi(s) \\ V_2(s) &= s N_2 \Phi(s) \end{aligned} \quad (9.1)$$

a cui corrisponde

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (9.2)$$

Il flusso principale φ , che corrisponde al fenomeno voluto nel dispositivo, richiede per essere generato una forza magnetomotrice che dipende dalla riluttanza del materiale magnetico. E' evidente che tale riluttanza rappresenti qualcosa di non voluto e quindi nel processo di idealizzazione viene posto a zero. Come conseguenza di quest'ultimo livello di idealizzazione si ha dalla (6.1)

MOTORE ASINCRONO

10. Motore asincrono:fondamenti

10.1 Descrizione della macchina e considerazioni generali

Il motore asincrono è una macchina elettrica con alimentazione di tipo alternato (sinusoidale), che consta costruttivamente di due parti, assimilabili grossolanamente a due cilindri coassiali, di cui quello esterno fisso prende il nome di statore e quello interno mobile di rotore. Lo statore ed il rotore vengono costruiti con ferro laminato in quanto in essi l'induzione magnetica è ovunque variabile; l'intercapedine d'aria che li separa prende il nome di traferro. Nei pacchi lamellari che costituiscono lo statore ed il rotore sono disposte entro apposite scanalature le barre che costituiscono gli avvolgimenti, connesse frontalmente. Gli avvolgimenti sono due: quello statorico e quello rotorico. Il primo di essi, a cui è collegata la rete di alimentazione è di tipo trifase nelle applicazioni di potenza a cui ci riferiamo.* Esso è costituito da tre parti elettricamente equivalenti, una per fase. Tali parti possono essere collegate a stella od a triangolo; usualmente la scelta della connessione è lasciata all'utente dando così un elemento di flessibilità per quanto riguarda la tensione di alimentazione (possibilità di usare due tensioni diverse aventi rapporto tra loro di $\sqrt{3}$).

L'avvolgimento rotorico è di tipo trifase e risulta, nel caso dei motori di potenza rilevante, accessibile dall'esterno mediante tre contatti striscianti che prelevano la corrente mediante spazzole fisse da tre anelli solidali con il rotore (collettore). Il dispositivo anelli-spazzole viene disinserito automaticamente dopo l'avviamento della macchina, ponendo inoltre in corto-circuito l'avvolgimento rotorico. Nel caso dei motori di minore potenza l'avvolgimento rotorico è stabilmente posto in corto-circuito ed è realizzato in modo estremamente semplice collegando le barre disposte nelle scanalature del pacco lamellare rotorico frontalmente mediante anelli conduttori (motore a gabbia di scoiattolo).

*La trattazione del motore asincrono monofase può essere ricondotta a quella del motore trifase.